MINISTERIO DE DEFENSA

DIRECCION GENERAL DE RECLUTAMIENTO Y ENSEÑANZA MILITAR

Resolución 452/38102/2019, de 10 de abril, de la Subsecretaría

PROCESOS SELECTIVOS 2019041 / 2019042

PARA INGRESO EN LOS CENTROS DOCENTES MILITARES DE FORMACIÓN

MEDIANTE LAS FORMAS DE INGRESO DIRECTO Y PROMOCIÓN,

PARA LA INCORPORACIÓN COMO MILITAR DE CARRERA

A LAS ESCALAS DE OFICIALES DE LOS CUERPOS DE INGENIEROS

CONOCIMIENTOS DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

SEGUNDO EJERCICIO: PROBLEMAS

AÑO 2019

Problema 1 (2,5 puntos)

Se consideran las funciones f(x,y), g(x,y) y h(x,y):

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2(\pi+y)+\pi y^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\ \pi & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$g(x,y)=\begin{cases}e^{x+2y}\operatorname{sen}(x+y) & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

$$h(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y}{x^2+y^2}\operatorname{sen}(\pi y) & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de la función f(x,y). Desarrolle y justifique su respuesta. (1 punto)

Solución: $\boldsymbol{f(x,y)}$ ***es continua en*** $\mathbb{R}^2$

b) Estudie la continuidad de la función g(x,y). Desarrolle y justifique su respuesta. (0,5 puntos)

Solución: $\boldsymbol{g(x,y)}$ ***es continua en*** $\mathbb{R}^2$

c) Estudie la continuidad de la función h(x,y). Desarrolle y justifique su respuesta. (1 punto)

Solución: $\boldsymbol{h(x,y)}$ ***es continua en*** $\mathbb{R}^2$ ***excepto en*** $\boldsymbol{(0,0)}$

Problema 2 (2,5 puntos)

Resuelva las siguientes integrales:

a) $\int \frac{8x^2+6x+6}{x^3-3x^2+7x-5}dx$ (1,5 puntos)

Solución: $\boldsymbol{5\,L\,|x-1| + \frac{3}{2}\,L\,((x-1)^2+4) + 11\,arctg\,\frac{(x-1)}{2} + C\,;}$ ***siendo L el logaritmo neperiano.***

b) $\int \frac{dx}{1+tgx}$ (1 punto)

Solución: $\boldsymbol{\frac{1}{2}\,L\,|1+tg\,x| - \frac{1}{4}\,L\,|1+tg^2x| + \frac{1}{2}\,x + C\,;}$ ***siendo L el logaritmo neperiano.***

Problema 3 (2,5 puntos)

Dada la ecuación diferencial $y''' + 4y' = 3e^x(2x+5)$:

a) Resuelva la ecuación homogénea asociada. (0,5 puntos)

Solución: $\boldsymbol{y_h = A + Bcos(2x) + Csen(2x)}$

b) Obtenga una solución particular de la ecuación. (0,75 puntos)

Solución: $\boldsymbol{y_p = e^x\left(\frac{6}{5}x + \frac{33}{25}\right)}$

c) Determine la solución general de la ecuación. (0,5 puntos)

Solución: $\boldsymbol{y = A + Bcos(2x) + Csen(2x) + e^x\left(\frac{6}{5}x + \frac{33}{25}\right)}$

d) Sabiendo que las condiciones particulares son $y(0) = \frac{83}{25}$, $y'(0) = \frac{113}{25}$, $y''(0) = -\frac{7}{25}$, evalúe la ecuación en $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (0,75 puntos)

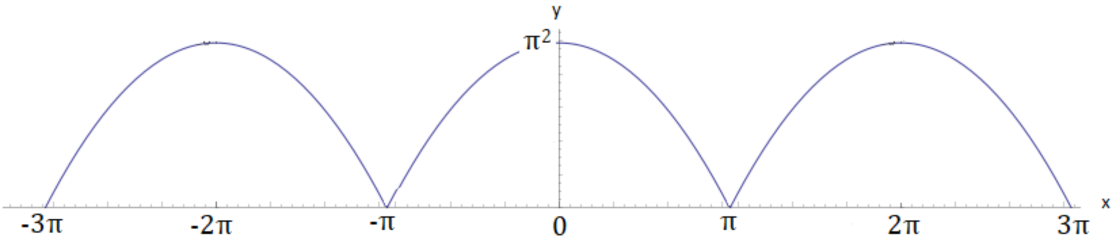
Solución: $\boldsymbol{y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\pi/2}\left(\frac{3\pi}{5} + \frac{33}{25}\right)}$

Problema 4 (2,5 puntos)

Sea f(x) una función periódica de periodo 2π que en el intervalo $x \in (-\pi, \pi)$ está definida por la expresión:

$$f(x) = \pi^2 - x^2$$

a) Represente la gráfica de f(x). (0,25 puntos)



b) Calcule la serie de Fourier de f(x). (1,75 puntos)

<u>Solución</u>: $\boldsymbol{S(x) = \frac{2}{3}\pi^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2}(-1)^{n+1} cos(nx)}$

c) Compruebe que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$ (0,5 puntos)

<u>Solución</u>: Se comprueba que S(x) converge puntualmente a f(x) por lo que S(0) = f(0) y despejando se llega a la expresión del enunciado.