



NOTA DEL PRESIDENTE DEL ÓRGANO DE SELECCIÓN PARA EL ACCESO POR PROMOCIÓN INTERNA A LA ESCALA DE SUBOFICIALES DEL CUERPO GENERAL DEL EJERCITO DE TIERRA CORRESPONDIENTE AL AÑO 2017.

PRUEBA DE MATEMÁTICAS. CÓDIGO DEL EXAMEN: 22

NÚMEROS Y ÁLGEBRA

1. En una matriz, ¿qué posición ocupa el elemento a_{53} ?
 - a. Depende de la dimensión de la matriz (m x n).
 - b. La fila 5 y la columna 3.
 - c. La fila 3 y la columna 5.
 - d. Para poder decirlo con certeza habría que ver toda la matriz.
2. Dada la matriz A, determine todos los valores del parámetro λ para los que se verifica la igualdad $A^2 = I$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a. $\lambda = 1$.
 - b. $\lambda = 0$.
 - c. $\lambda = 1$ y $\lambda = -1$.
 - d. No existe ningún valor λ que cumpla la igualdad.
3. Señale la afirmación **FALSA** en relación con la siguiente matriz:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. Su rango es 3.
 - b. Es una matriz cuadrada.
 - c. Es del tipo triangular inferior.
 - d. El valor del elemento a_{23} es 1.
4. Determine el rango de la matriz B en función de los valores de k.

$$B = \begin{pmatrix} 2k & -2 & k^2 \\ -1 & k & -1 \\ 2 & 1 & k \end{pmatrix}$$

- a. Si $k = 2$, $\text{Rango}(B) = 2$ y si $k \neq 2$, $\text{Rango}(B) = 3$.
- b. Si $k = \pm 1$, $\text{Rango}(B) = 2$ y si $k \neq \pm 1$, $\text{Rango}(B) = 3$.
- c. Si $k = \pm 2$, $\text{Rango}(B) = 2$ y si $k \neq \pm 2$, $\text{Rango}(B) = 3$.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



d. Si $k = \pm 2$, $\text{Rango}(B) = 3$ y si $k \neq \pm 2$, $\text{Rango}(B) = 2$.

5. Indique la afirmación **FALSA** en relación con el producto de matrices:

- Para que se pueda efectuar el producto de dos matrices $A \cdot B$, el número de filas de la matriz A debe ser igual al número de columnas de la matriz B .
- Para que se pueda efectuar el producto de dos matrices $A \cdot B$, el número de columnas de la matriz A debe ser igual al número de filas de la matriz B .
- En general, el producto de matrices no es conmutativo.
- Dadas tres matrices cuadradas A , B y C , se cumple la propiedad distributiva por la izquierda, $A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$, y por la derecha, $(B+C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$.

6. Si A^t es la matriz traspuesta de A , y B^t es la matriz traspuesta de B , indique cuál de las siguientes propiedades **NO** es correcta:

- Si A es cuadrada, se dice que es simétrica cuando coincide con su traspuesta, $A^t = A$.
- Si B es cuadrada, es antisimétrica cuando $B^t = -B$.
- $(k \cdot A)^t = k \cdot A^t$, siendo k un número real.
- $(A \cdot B)^t = A^t \cdot B^t$.

7. Dada la matriz A , determine el valor de A^n , siendo n un número natural.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n+1 & n \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & n+1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

8. Dadas las matrices A , B y C :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

Calcule las matrices X e Y que verifican el sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} A \cdot X + B \cdot Y = C \\ A \cdot X = Y \end{cases}$$

a. $X = \begin{pmatrix} 2 & 1/2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 1 & -5/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. $X = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 1 & 5/2 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$
c. $X = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 1 & 5/2 \\ -1 & -1/2 \end{pmatrix}$
d. $X = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 1 & 5/2 \\ -1 & -1/2 \end{pmatrix}$

9. Indique el valor de la matriz X para que la ecuación $E \cdot (D+X) \cdot F = I$ tenga solución, donde D, E y F son matrices con inversa de orden n, e I es la matriz identidad de orden n.
- a. $X = E^{-1} \cdot F^{-1} - D$.
b. $X = E^{-1} \cdot F - D$.
c. $X = F \cdot E^{-1} - D$.
d. $X = E \cdot F^{-1} - D$.
10. Calcule λ y μ para que se cumpla la igualdad $\lambda \cdot A^t + \mu \cdot A^2 = 2 \cdot I$, siendo I la matriz identidad de orden 2, y A la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a. $\lambda = 2$ y $\mu = -1$
b. $\lambda = -2$ y $\mu = -1$
c. $\lambda = -2$ y $\mu = 1$
d. $\lambda = 2$ y $\mu = 1$

11. Determine el rango de la matriz A.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 6 & -2 \\ 6 & 2 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. Rango (A) = 2
b. Rango (A) = 3
c. Rango (A) = 4
d. Rango (A) = 5

12. Sabiendo que $|A| = 8$, calcule el valor de $|B|$.

$$A = \begin{pmatrix} a & d & f \\ 0 & b & e \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} a+f & d-a & f \\ c+e & b & c+e \\ e & b & e \end{pmatrix}$$

- a. $|B| = 4$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. $|B| = -8$
- c. $|B| = 8$
- d. $|B| = -4$

13. Halle el valor del determinante de A en función del parámetro λ :

$$A = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\lambda & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$$

- a. $|A| = -\lambda^2 \cdot (\lambda^2 + 4)$
- b. $|A| = \lambda^2 \cdot (\lambda^2 - 4)$
- c. $|A| = -\lambda \cdot (\lambda^3 - 4)$
- d. $|A| = -\lambda^2 \cdot (\lambda + 2) \cdot (\lambda - 2)$

14. Indique cuál de las siguientes propiedades de los determinantes es **FALSA**:

- a. Si una matriz cuadrada tiene dos filas (o dos columnas) proporcionales, su determinante es cero.
- b. El determinante de una matriz cuadrada coincide con el de su traspuesta.
- c. Si en una matriz cuadrada intercambiamos dos filas, su determinante cambia de signo.
- d. Si en una matriz cuadrada multiplicamos por un mismo número todos los elementos de la matriz, su determinante queda multiplicado por ese número.

15. Halle los valores de m para los que la matriz A no es invertible:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & m^2 - 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \end{pmatrix}$$

- a. $m = 0$; $m = \pm 1$
- b. $m = 0$; $m = 2$
- c. $m = 0$; $m = \pm 2$
- d. $m = 0$; $m = 1$

16. Dadas las matrices A y B, determine un valor no entero para a que verifique:

$$|A| + |B - I|^4 = 0:$$

$$A = \begin{pmatrix} a - 3 & 1 & -a \\ a & 2a & -2 - 3a \\ -a & a - 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} a + 1 & 7 \\ a & a - 1 \end{pmatrix}$$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- a. $a = 5/7$
b. $a = -3/7$
c. $a = -6/7$
d. $a = -2/7$
17. Dada una matriz cuadrada, M , de orden 4, formada por las filas F_1 , F_2 , F_3 y F_4 , y tal que $|M| = 3$, calcule el determinante de la matriz M' cuyas filas son $2 \cdot F_1 - F_4$, F_3 , $7 \cdot F_2$ y F_4 .
- a. $|M'| = 0$
b. $|M'| = -3$
c. $|M'| = -21$
d. $|M'| = -42$
18. Señale la afirmación **FALSA** en relación con las matrices y los determinantes:
- a. Si existe la matriz inversa de una matriz A de orden n , ésta es única.
b. Únicamente las matrices cuadradas pueden tener inversa.
c. Siendo O la matriz nula, el producto de matrices $A \cdot B = O$ implica necesariamente que: $A = O$ ó $B = O$.
d. Si $|A| \neq 0$, el determinante de la matriz inversa es el inverso del determinante de A : $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$
19. Una persona compra 200 acciones de la empresa A , 150 de B y 100 de C y paga 3300 €, y otra gasta 3750 € en comprar 50 acciones de A , 120 de B y 240 de C . Indique el precio de cada acción si éste es un número entero, comprendido entre 1 y 12, ambos incluidos.
- a. Acciones de A , 5 €, acciones de B , 8 € y acciones de C , 11 €.
b. Acciones de A , 3 €, acciones de B , 12 € y acciones de C , 9 €.
c. Acciones de A , 6 €, acciones de B , 9 € y acciones de C , 8 €.
d. Acciones de A , 3 €, acciones de B , 8 € y acciones de C , 12 €.
20. Señale la afirmación correcta respecto al siguiente sistema de ecuaciones lineales:
- $$\begin{aligned}x + z &= 8 \\2x - y - 3z &= 9 \\-x + y + 4z &= -1\end{aligned}$$
- a. Es un sistema incompatible.
b. Es un sistema compatible determinado.
c. Es un sistema compatible indeterminado.
d. Ninguna de las respuestas es correcta.
21. Indique el tipo de sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro λ :
- $$\begin{aligned}x - y + z &= 1 \\-x + 2y &= 1 + 2\lambda \\x + 2z &= \lambda^2\end{aligned}$$
- a. Para $\lambda = 1$ es un sistema compatible determinado.
b. Para $\lambda = -1$ es un sistema incompatible.
c. Para $\lambda = -1$ es un sistema compatible indeterminado.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- d. Para $\lambda = -3$ es un sistema compatible indeterminado.
22. Señale la afirmación **FALSA** en relación con los sistemas de ecuaciones lineales:
- Cuando un sistema tiene solución recibe el nombre de compatible.
 - El Teorema de Rouché-Fröbenius relaciona los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada (que incluye los términos independientes) con la compatibilidad del sistema de ecuaciones lineales.
 - La regla de Cramer se emplea habitualmente para calcular la inversa de una matriz.
 - Todos los sistemas homogéneos son compatibles.
23. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales, con m número real, marque la respuesta **FALSA**:
- $$\begin{aligned}x + y - z &= 0 \\ -4x - 2y - mz &= 0 \\ 3x + y + 2z &= 0\end{aligned}$$
- Es un sistema homogéneo: solución $(0, 0, 0)$.
 - Si $m = -1$, sistema compatible determinado con solución trivial.
 - Si $m = 1$, la solución es $(\frac{-3}{2}k, \frac{5}{2}k, k)$, con k número real.
 - Si $m = 1$, la solución es $(\frac{-3}{2}k, \frac{-5}{2}k, k)$, con k número real.
24. En relación con los sistemas homogéneos, señale la afirmación **FALSA**:
- Sistema que tiene siempre al menos una solución.
 - Puede ser compatible determinado o indeterminado, pero nunca incompatible.
 - En ellos el rango de la matriz de los coeficientes es distinto del rango de la matriz ampliada (que incluye los términos independientes).
 - Sistema cuyos términos independientes son todos ceros.
25. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales, resuélvalo en función del parámetro λ , para $\lambda \neq 2$ y $\lambda \neq 0$.
- $$\begin{aligned}x + y - z &= \lambda \\ \lambda x + 2y - z &= 3\lambda \\ 2x + \lambda y - z &= 6\end{aligned}$$
- $(x, y, z) = \left(\frac{2\lambda^2 + \lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{-\lambda^2 + 5\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{-2\lambda^3 + 3\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2} \right)$
 - $(x, y, z) = \left(\frac{-\lambda^2 + 2\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{-\lambda^2 + 5\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{-2\lambda^3 + 3\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2} \right)$
 - $(x, y, z) = \left(\frac{-2\lambda^2 + \lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{\lambda^2 - 5\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{-2\lambda^3 + 3\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2} \right)$
 - $(x, y, z) = \left(\frac{-2\lambda^2 + \lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{\lambda^2 - 5\lambda + 6}{2\lambda - \lambda^2}, \frac{\lambda^3 - 3\lambda^2 - 4\lambda + 12}{2\lambda - \lambda^2} \right)$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



GEOMETRÍA

26. Señale la afirmación **FALSA** en relación al **producto escalar** de dos vectores:
- Si el producto es cero, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, o bien al menos uno de ellos es nulo o los dos vectores son perpendiculares.
 - Siempre se cumple la propiedad conmutativa: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
 - Siempre se cumple la propiedad distributiva respecto de la suma: $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
 - Siempre se cumple la propiedad asociativa: $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$.
27. En relación a las propiedades del **producto vectorial**, señale la afirmación **FALSA**:
- El producto vectorial de dos vectores no nulos es el vector nulo si, y solo si, los vectores son paralelos.
 - Si \vec{u} y \vec{v} son dos vectores no proporcionales, los vectores $\{\vec{u}, \vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times (\vec{u} \times \vec{v})\}$ forman una base de vectores ortogonales.
 - En general, no se cumple la propiedad asociativa, $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) \neq (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$.
 - Siempre se cumple la propiedad conmutativa, $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{u}$.
28. Dados los puntos A(1, 2, -1) y B(3, 6, 9), halle las coordenadas del punto C tal que se verifique la igualdad: $\vec{CB} = -3 \cdot \vec{CA}$
- $C = (\frac{3}{2}, -3, \frac{3}{2})$.
 - $C = (\frac{3}{2}, 3, \frac{3}{2})$.
 - $C = (\frac{3}{2}, -3, \frac{5}{2})$.
 - $C = (-\frac{3}{2}, 3, \frac{3}{2})$.
29. Calcule el volumen del tetraedro cuyos cuatro vértices son los puntos A(1, 0, 0), B(1, 1, 1), C(-2, 1, 0) y D(0, 1, 3), con las coordenadas expresadas en metros.
- $\frac{1}{6} \text{ m}^3$
 - 7 m^3
 - $\frac{7}{6} \text{ m}^3$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



d. $\sqrt{2} \text{ m}^3$

30. Determine las coordenadas del vector $\vec{z} = (1, 5, 1)$ en la base formada por los siguientes vectores: $\vec{u} = (3, 0, 1)$, $\vec{v} = (1, 1, 1)$ y $\vec{w} = (2, -1, 1)$.
- $\vec{z} = (1, 5, 1)$.
 - $\vec{z} = \left(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{8}{3}\right)$.
 - $\vec{z} = \left(-\frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$.
 - $\vec{z} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{8}{3}\right)$.
31. Calcule el ángulo α entre los vectores \vec{u} y \vec{v} , sabiendo que $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 5$ y $|\vec{u} + \vec{v}| = 7$.
- $\alpha = 0,78$ radianes.
 - $\alpha = 1,05$ radianes.
 - $\alpha = 1,31$ radianes.
 - $\alpha = 1,57$ radianes.
32. Dados los vectores $\vec{v}_1 = (-1, 3, 4)$, $\vec{v}_2 = (2, -1, 3)$ y $\vec{v}_3 = (1, 2k + 1, k + 3)$, halle el valor de k para el cual esos vectores no son base de \mathbb{R}^3 :
- $k = \frac{-9}{17}$
 - $k = \frac{7}{13}$
 - $k = \frac{-8}{11}$
 - $k = \frac{9}{19}$
33. Calcule a y b sabiendo que $\vec{u} = (1, 0, 2)$, $\vec{v} = (a, b, 1)$ y $\vec{w} = (-2, 5, 1)$, y que $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$.
- $a = 3$ y $b = 1$
 - $a = -3$ y $b = 1$
 - $a = 3$ y $b = -1$
 - $a = 0$ y $b = -1$
34. Dados los puntos $A(1, 1, -2)$, $B(-2, 1, 0)$ y $C(m, 2, 1)$, determine el valor o valores de m para que el área del triángulo ABC sea $\sqrt{\frac{19}{2}}$ unidades de superficie.
- $m = \sqrt{\frac{13}{2}}$
 - $m = -2$ y $m = 2$
 - $m = -1$ y $m = -6$
 - $m = 1$ y $m = 2$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



35. Señale la afirmación **FALSA** sobre el **producto mixto** de tres vectores:
- El resultado del producto mixto es un número.
 - Si los tres vectores son linealmente independientes, su producto mixto es nulo.
 - El producto mixto cambia de signo si se permutan dos de los vectores.
 - Su interpretación geométrica es el volumen de un paralelepípedo.
36. Dados los puntos $A(0, 0, 6)$, $B(1, -1, 7)$, $C(-2, 3, -5)$ y $D(-3, -1, p)$, obtenga el valor de p para que sean coplanarios.
- $p = 12$
 - $p = -11$
 - $p = 16$
 - $p = 39$

37. Halle el valor de β para que la recta r sea paralela al plano π :

$$r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y - 5z = 2 \end{cases} \quad \pi: \beta x - y + z + 1 = 0$$

- $\beta = 6$
 - $\beta = -6$
 - $\beta = 1/6$
 - $\beta = 2$
38. Sobre la posición relativa de dos rectas en ecuaciones implícitas, siendo M la matriz de los coeficientes y M^* la matriz ampliada con los términos independientes, podemos afirmar:
- Que si $\text{rango}(M) = 2$ y $\text{rango}(M^*) = 3$, el sistema es incompatible y las rectas se cruzan.
 - Que si $\text{rango}(M) = 2$ y $\text{rango}(M^*) = 2$, el sistema es compatible indeterminado y las rectas son coincidentes.
 - Que si $\text{rango}(M) = 3$ y $\text{rango}(M^*) = 3$, el sistema es compatible indeterminado y las rectas son secantes.
 - Que si $\text{rango}(M) = 3$ y $\text{rango}(M^*) = 4$, el sistema es incompatible y las rectas son paralelas.

39. Determine el valor del parámetro k para que las rectas r y s se corten en un punto:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{1} \quad s \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-k}{2}$$

- $k = 7$
 - $k = 23$
 - $k = 27$
 - $k = 31$
40. Sobre la posición relativa de tres planos, siendo M la matriz de los coeficientes y M^* la matriz ampliada con los términos independientes, señale la respuesta **FALSA**:
- Si $\text{rango}(M) = 3$ y $\text{rango}(M^*) = 3$, el sistema es compatible determinado y los planos se cortan en un único punto.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. Si $\text{rango}(M) = 2$ y $\text{rango}(M^*) = 3$, el sistema es incompatible y los planos se cortan dos a dos, o bien dos son paralelos y cortan al tercero.
- c. Si $\text{rango}(M) = 2$ y $\text{rango}(M^*) = 2$, el sistema es compatible indeterminado y los planos se cortan en una recta, o bien dos son coincidentes y cortan al tercero.
- d. Si $\text{rango}(M) = 1$ y $\text{rango}(M^*) = 2$, el sistema es incompatible y los planos se cortan dos a dos.

41. Marque la ecuación del plano π que determinan las rectas r y s :

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 7 + 7t \end{cases} \quad s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-3}$$

- a. $\pi \equiv 13x - 17y + 3z - 64 = 0$
- b. $\pi \equiv -13x + 17y + 3z - 64 = 0$
- c. $\pi \equiv -13x - 17y + 3z - 64 = 0$
- d. $\pi \equiv 13x - 17y + 3z - 32 = 0$

42. Sobre las diferentes ecuaciones de la recta en el espacio podemos afirmar que:

- a. Solo podemos escribir la ecuación continua cuando todas las coordenadas del vector director son distintas de cero.
- b. Para determinar la ecuación de una recta es necesario conocer al menos las coordenadas de tres puntos.
- c. Las ecuaciones cartesianas o implícitas son aquellas en las que las coordenadas de cada punto de la recta se obtienen a partir de las coordenadas de un punto P_0 y un parámetro que multiplica al vector director.
- d. Las ecuaciones paramétricas representan la intersección de dos planos.

43. Halle la ecuación del plano perpendicular a la recta r y que pasa por el punto $P(0, 2, 0)$.

$$r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - 4 = 0 \\ y + 3z - 2 = 0 \end{cases}$$

- a. $\pi \equiv 5x + 3y - 4z - 6 = 0$
- b. $\pi \equiv 2x - 3y + z + 6 = 0$
- c. $\pi \equiv 5x + 3y - z - 6 = 0$
- d. $\pi \equiv 2x - 3y - z + 6 = 0$

44. Dadas las rectas r y s , determine las ecuaciones de la recta perpendicular a ambas.

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad s \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- a. $\begin{cases} 3x - 2y - 9z + 4 = 0 \\ 7x - 8y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



b. $\begin{cases} 3x + 2y - 9z - 4 = 0 \\ 2x - 8y + 11z - 2 = 0 \end{cases}$
c. $\begin{cases} x - 3y - 9z + 1 = 0 \\ 7x - 8y - 11z + 2 = 0 \end{cases}$
d. $\begin{cases} x - 3y - 9z - 1 = 0 \\ 7x - 8y + 11z + 2 = 0 \end{cases}$

45. Determine la posición relativa de las rectas r y s en función del parámetro m .

$$r \equiv \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \quad s \equiv \frac{x-5}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-m}{2}$$

- a. Si $m = 3$, las rectas son secantes.
b. Si $m = -3$, las rectas se cruzan.
c. Si $m \neq -3$, las rectas se cruzan.
d. Si $m \neq 3$, las rectas son paralelas.
46. Halle el ángulo θ que forma el plano $\pi_1: x - y - 1 = 0$ y el plano $\pi_2: 2x - y + 2z + 5 = 0$.
a. $\theta = 30^\circ$
b. $\theta = 45^\circ$
c. $\theta = 60^\circ$
d. $\theta = 39^\circ 5' 43''$
47. Halle el punto B simétrico del punto $A(1, 0, 5)$ respecto del plano $\pi: 2x + 2y - 8z + 2 = 0$.
a. $B = (3, 2, -3)$.
b. $B = (1, 1, 1)$.
c. $B = (0, -2, -4)$.
d. $B = (1, 2, 2)$.

48. Encuentre el punto P que equidista de los puntos $A(2, 2, 3)$ y $B(0, -2, 1)$ y está contenido en la recta r :

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$$

- a. $P = (3, 2, -3)$.
b. $P = (1, 1, 1)$.
c. $P = (0, -2, -4)$.
d. $P = (-1, 1, 2)$.
49. Calcule la distancia del punto $P(5, 6, 10)$ al plano $\pi: 2x - 2y + z + 1 = 0$.
a. $D(P, \pi) = \frac{10}{3}\sqrt{2}$
b. $D(P, \pi) = \frac{5}{3}\sqrt{3}$
c. $D(P, \pi) = 3$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



d. $D(P, \pi) = 7$

50. Indique el radio de la esfera de ecuación general $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z = 0$.
- a. $r = 3$ unidades de longitud.
 - b. $r = \sqrt{14}$ unidades de longitud.
 - c. $r = \sqrt{3}$ unidades de longitud.
 - d. $r = 14$ unidades de longitud.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



ANÁLISIS

51. Dado el valor de los siguientes límites de funciones, señale la respuesta **FALSA**:

$$\begin{array}{ll} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 & \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1 \end{array}$$

- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = +\infty$
- b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = +\infty$
- c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log[f(x)] = +\infty$
- d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]^{g(x)} = 0$

52. Calcule el límite de la siguiente función exponencial:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2)^x$$

- a. 1
- b. $+\infty$
- c. 0
- d. No existe.

53. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 5}{x^2 + 7} \right)^{\frac{2x^2 + 3}{4}}$$

- a. 1
- b. e^2
- c. e^{-6}
- d. e^4

54. Halle el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{1 - x^2}$$

- a. $\frac{1}{3}$
- b. $\frac{-1}{4}$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- c. $\frac{-1}{2}$
- d. 1

55. Explique los distintos tipos de discontinuidades que presenta la función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2+x} & \text{si } x \leq 3 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a. Tiene una evitable es $x = 3$, de salto infinito en $x = 0$ y de salto finito es $x = 1$.
- b. Tiene una evitable es $x = -1$, de salto infinito en $x = 0$ y de salto finito es $x = 3$.
- c. Tiene una evitable es $x = 0$, de salto infinito en $x = -1$ y de salto finito es $x = 3$.
- d. Tiene una evitable es $x = -1$, de salto infinito en $x = 3$ y de salto finito es $x = 0$.

56. Determine el valor de μ que satisface la igualdad:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + \mu x + 2} - x - 1) = 3$$

- a. $\mu = \frac{-2}{3}$
- b. $\mu = -4$
- c. $\mu = 8$
- d. $\mu = \frac{2}{5}$

57. Estudiando la función $f(x) = \sin x + \cos x$ en el intervalo $(0, 4)$, podemos afirmar que:

- a. La función $f(x)$ no es continua en el intervalo $[0, 4]$.
- b. Dado que $f(0) \neq f(4)$ no podemos aplicar el Teorema de Bolzano.
- c. Según el Teorema de Bolzano, $f(x) = 0$ al menos en un punto del intervalo $(0, 4)$.
- d. Según el Teorema de Weierstrass, se puede asegurar que existe un valor x_0 tal que $f(x_0) = \frac{-3}{2}$.

58. Señale la afirmación **FALSA** en relación con la derivación de funciones:

- a. Una función $f(x)$ es derivable en x_0 si, y solo si, es continua en x_0 .
- b. Geométricamente, si $f'(x_0)$ es la derivada de la función $f(x)$ en $x = x_0$, la derivada $f'(x_0)$ es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto $P(x_0, f(x_0))$.
- c. La función $f(x) = \frac{1}{x}$ no es derivable en $x = 0$ porque no está definida en ese punto.
- d. La ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x_0 es: $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

59. Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x \cdot \ln x$ en el punto de abscisa $x = e$.

- a. $y = x + e$
- b. $y = 2x - e$
- c. $y = 2x + e$
- d. $y = x - e$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



60. Determine el valor de a y b teniendo en cuenta que la recta $y = -x + 1$ es tangente a la función $f(x) = (a - 1) \cdot \text{sen } x + bx$ en el punto de abscisa $x = \pi$.
- $a = \pi$ y $b = \frac{1}{\pi}$
 - $a = 1$ y $b = \frac{1+\pi}{\pi}$
 - $a = \frac{1+2\pi}{\pi}$ y $b = \frac{1+\pi}{\pi}$
 - $a = \frac{1}{\pi} + 1$ y $b = \frac{1}{\pi} - 1$
61. Sea $f(x) = x \cdot e^{h(x)} - x^2 \cdot h(x) + h^2(x)$ derivable en \mathbb{R} . Se desconoce la expresión de $h(x)$, pero se sabe que $h(1) = 0$ y $h'(1) = -3$. Calcule $f'(1)$.
- $f'(1) = 0$
 - $f'(1) = e$
 - $f'(1) = e + 1$
 - $f'(1) = 1$
62. Indique el valor de la derivada de la función $f(x) = (\text{sen } x)^{x+1}$.
- $f'(x) = (\text{sen } x)^{x+1} \cdot [\ln(\text{sen } x) + (x + 1) \cdot \text{cotg } x]$
 - $f'(x) = (\cos x)^{x+1} \cdot [\ln(\text{sen } x) + (x + 1) \cdot \text{cotg } x]$
 - $f'(x) = (\text{sen } x)^{x+1} \cdot [\ln(\text{sen } x) + (x + 1) \cdot \text{tg } x]$
 - $f'(x) = (\cos x)^{x+1} \cdot [\ln(\text{sen } x) + (x + 1) \cdot \text{tg } x]$
63. Calcule la derivada $y' = f'(x)$ de la función definida implícitamente: $2x^2y^2 + 3x^2 + y^2 = 2$.
- $y' = \frac{-6x-4}{4x^2y+2y}$
 - $y' = \frac{6x-4xy^2}{4x^2y+2y}$
 - $y' = \frac{6x+}{4x^2y+2y}$
 - $y' = \frac{-6x+4xy^2}{4x^2y+2y}$
64. Señale los valores de μ y λ para que la función $f(x)$ sea derivable en todo \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{\mu}{x} & \text{si } x < -1 \\ -\lambda x^2 + 2x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- a. No existe ningún valor que haga la función derivable en todo \mathbb{R} .
- b. $\lambda = \frac{7}{3}$ y $\mu = \frac{3}{2}$
- c. $\lambda = -\frac{7}{3}$ y $\mu = \frac{2}{3}$
- d. $\lambda = -\frac{7}{3}$ y $\mu = -\frac{3}{2}$
65. Sobre las aplicaciones de la derivada para el estudio de una función podemos afirmar que:
- Si en el entorno de x_0 las pendientes de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ van creciendo al aumentar el valor de x , la recta tangente está situada por debajo de la gráfica de $f(x)$ en x_0 .
 - Una función es creciente en un punto $x = x_0$ si la derivada primera de la función en x_0 es negativa.
 - Una función es decreciente en un punto $x = x_0$ si la derivada segunda de la función en ese punto es negativa.
 - Una función tiene un punto de inflexión en $x = x_0$ si la derivada tercera es nula.
66. Descomponga el número 90 en dos números naturales a y b tales que el resultado de sumar el cuadrado del primero y el doble del cuadrado del segundo sea mínimo.
- $a = 65$ y $b = 25$.
 - $a = 50$ y $b = 40$.
 - $a = 60$ y $b = 30$.
 - $a = 70$ y $b = 20$.
67. Indique los posibles valores de m para que $f(x) = x^4 + 2x^3 + mx^2 + x + 1$ no cambie su concavidad o curvatura en ningún punto, es decir, no tenga ningún punto de inflexión.
- $m < 3$
 - $m < \frac{3}{2}$
 - $m > \frac{3}{2}$
 - $m > 1$
68. En relación a la determinación de máximos y mínimos de una función, señale la respuesta **FALSA**:
- Si una función $f(x)$ presenta un punto crítico en $x = x_0$, es decir, $f'(x_0) = 0$, no se puede asegurar que la función tenga un máximo o un mínimo en x_0 .
 - La función $f(x)$ tiene un máximo en $x = x_0$ si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) < 0$.
 - La función $f(x)$ tiene un mínimo en $x = x_0$ si $f'(x_0) = 0$ y $f''(x_0) < 0$.
 - Se pueden calcular los máximos y mínimos de una función $f(x)$ en los puntos en los que se cumple que $f'(x_0) = 0$ estudiando el crecimiento de la función en el entorno de x_0 o mediante el signo de $f''(x_0)$.
69. Determine el valor de a tal que se verifique:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{\sin x}}{1 - \cos x} = 0$$

- a. $a = 0$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. $a = 1$
- c. $a = -1$
- d. $a = \frac{\pi}{2}$

70. Suponiendo que las funciones $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = \ln x$ cumplen las condiciones del Teorema del valor medio generalizado o Teorema de Cauchy en el intervalo $[1, 3]$, indique el valor c que resulta al aplicar el Teorema en el intervalo $(1, 3)$.
- a. No se cumplen las condiciones porque $g(3) \neq g(1)$.
 - b. Se cumplen las condiciones y $c = 1,23$.
 - c. Se cumplen las condiciones y $c = 1,67$.
 - d. Se cumplen las condiciones y $c = 1,92$.
71. En relación con la representación de funciones reales, señale cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**:
- a. Si una función presenta una asíntota vertical, su gráfica puede cortarla en algún punto.
 - b. La gráfica de una función puede cortar a una asíntota horizontal.
 - c. Si una recta $y = k$ es asíntota horizontal cuando $x \rightarrow +\infty$, puede no serlo cuando $x \rightarrow -\infty$.
 - d. Una función a lo sumo puede tener dos asíntotas oblicuas.
72. Respecto al dominio donde está definida una función podemos afirmar:
- a. Si una función $f(x)$ tiene una asíntota vertical en $x = c$, normalmente existe el valor $f(c)$.
 - b. Las funciones racionales están siempre definidas en todo \mathbb{R} .
 - c. El dominio de las funciones exponenciales coincide con el dominio del exponente de la función.
 - d. Las funciones con radicales solo están definidas para valores de $x > 0$.
73. Señale las ecuaciones de las asíntotas oblicuas de la función $f(x) = \sqrt{(x+1)^2 - 10}$
- a. $y = x + 1$ e $y = -x + 1$
 - b. $y = x - 3$ e $y = x + 1$
 - c. $y = x + 1$ e $y = -x - 1$
 - d. $y = 2x + 3$ e $y = -x - 1$
74. Señale cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** respecto a la función $f(x) = e^{-x^2}$:
- a. No corta al eje de abscisas en ningún punto.
 - b. No tiene ninguna asíntota oblicua.
 - c. No tiene ningún punto de inflexión.
 - d. No tiene ninguna rama parabólica.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



75. Determine los posibles valores de a y b para que la función $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x+2}$ presente una asíntota vertical en la recta $x = -2$ y una asíntota oblicua en la recta $x - y - 7 = 0$.
- $a = 5$ y $b = 25$.
 - $a = -5$ y $b \neq -14$
 - $a = 5$ y $b \neq 25$.
 - $a = -5$ y $b \neq -5$.

76. De la función $f(x) = \frac{2|x|}{1-x}$, donde $|x|$ indica el valor absoluto de x , podemos afirmar que:
- Su dominio de definición es todo \mathbb{R} .
 - Tiene una única asíntota horizontal en $y = 2$.
 - Es derivable en todo su dominio.
 - Es decreciente en $(-\infty, 0)$ y creciente en el resto de su dominio de definición.

77. Resuelva la siguiente integral indefinida:

$$\int (\sqrt{3x} + 1)^2 \cdot dx$$

- $\frac{x^2}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}x^2 - x + k$
 - $\frac{3x^2}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^3} + x + k$
 - $\frac{3x^2}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^3} + x + k$
 - $\frac{x^2}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^3} + x + k$
78. Indique una primitiva $F(x)$ de la integral $f(x)$ que pase por el punto $(0, 0)$:

$$f(x) = \int \frac{5x}{(1-2x^2)^3} \cdot dx$$

- $F(x) = \frac{5}{8(1-2x)^2} - \frac{5}{8}$
- $F(x) = \frac{5}{8(1-2x^2)^2} - \frac{5}{8}$
- $F(x) = \frac{5}{4(1-2x)^2} - \frac{5}{4}$
- $F(x) = \frac{-5}{8(1-2x^2)^2} + \frac{5}{8}$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



79. Resuelva por partes la integral indefinida:

$$\int 2x^2 \cdot \ln x \cdot dx$$

- a. $\frac{2x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + k$
- b. $\frac{2x^3}{3} \cdot \ln x + \frac{2x^3}{9} + k$
- c. $\frac{2x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{2x^3}{9} + k$
- d. $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{2x^3}{9} + k$

80. Halle la solución de la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4 - (2x + 1)^2}}$$

- a. $-\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2x+1}{2} \right) + k$
- b. $-\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2x+1}{4} \right) + k$
- c. $\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{x+1}{2} \right) + k$
- d. $\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2x+1}{2} \right) + k$

81. Indique cuál de las siguientes conclusiones es **FALSA**:

- a. Integración y derivación son procesos inversos.
- b. Dada una función $f(x)$ existe un conjunto infinito de primitivas $F(x)$ tal que $F'(x) = f(x)$.
- c. Toda función $f(x)$ es integrable, es decir, dada una función $f(x)$ cualquiera siempre es posible, mediante integración, hallar una primitiva $F(x)$ tal que $F'(x) = f(x)$.
- d. Dos primitivas de una misma función difieren entre sí en una constante.

82. Calcule la siguiente integral racional indefinida:

$$\int \frac{(-2x^2 + 1) \cdot dx}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$$

- a. $F(x) = \frac{7\sqrt{3}}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{4} \ln|x - 1| - \frac{7}{8} \ln|x^2 + 3| + k$

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. $F(x) = \frac{7\sqrt{3}}{12} \operatorname{arc\,tg} \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \ln|x-1| - \frac{7}{8} \ln|x^2+3| + + k$
- c. $F(x) = -\frac{7\sqrt{3}}{12} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{1}{4} \ln|x+1| - \frac{7}{8} \ln|x^2+3| + + k$
- d. $F(x) = -\frac{7\sqrt{3}}{12} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{3}}{3} x - \frac{1}{4} \ln|x-1| - \frac{7}{8} \ln|x^2+3| + + k$

83. Halle, mediante el cambio de variable $\sqrt{1-x} = t$, la solución de la siguiente integral:

$$\int \frac{x}{1+\sqrt{1-x}} \cdot dx$$

- a. $x - \frac{1}{3} \sqrt{(1-x)^3} + k$
- b. $x + \sqrt{(1-x)} + k$
- c. $x + \frac{2}{3} \sqrt{(1-x)^3} + k$
- d. $\frac{x}{2} - \frac{2}{3} \sqrt{(1-x)^3} + k$

84. Indique una primitiva de la integral $f(x)$ que pase por el punto $(1, 0)$:

$$f(x) = \int \sqrt{1-x^2} \cdot dx$$

- a. $\frac{\operatorname{arc\,sen} x}{2} + \frac{\sqrt{1-x}}{2} - \frac{\pi}{4}$
- b. $\frac{\operatorname{arc\,sen} x}{2} + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} - \frac{\pi}{4}$
- c. $\frac{\operatorname{arc\,sen} x}{2} - \frac{x\sqrt{1-x}}{2} - \frac{\pi}{4}$
- d. $\frac{\operatorname{arc\,sen} \frac{x}{2}}{2} + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} - \frac{\pi}{12}$

85. En relación con las propiedades de las integrales definidas podemos afirmar que:

- a. Dadas dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ continuas en el intervalo $[a, b]$, tal que $f(x) \leq g(x)$ para cualquier $x \in [a, b]$, no siempre se cumple que $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$.
- b. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$, es decir, que si se intercambian los límites de integración no cambia el signo de la integral.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- c. Si c es un punto del intervalo $[a, b]$, entonces $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.
d. Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

86. Calcule la integral definida:

$$\int_0^{\pi} (-5 \cdot \text{sen } x) \cdot dx$$

- a. 10
b. $-\pi^2$.
c. π^2 .
d. -10.
87. Siendo $f(x) = x^3 - 9x$ y $g(x) = 12x - 20$, determine el área de la región del plano que delimitan las gráficas de estas funciones.
- a. $\frac{999}{4}$
b. $\frac{934}{17}$
c. $\frac{543}{19}$
d. $\frac{37}{12}$

88. Halle el valor de la siguiente integral definida:

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot (4 - \ln x)}$$

- a. $\ln(e^2 + 1)$.
b. $\frac{-3}{2} \cdot (e^2 + 1)$.
c. $\ln \frac{3}{4}$
d. $\ln \frac{3}{2}$
89. Calcule el área de la región encerrada entre la gráfica de $f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$, el eje de abscisas y el intervalo $[1, +\infty]$.
- a. $\frac{3}{4}$
b. $\frac{4}{3}$
c. $\frac{3}{5}$
d. 18

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



90. Determine el valor de m para el que el área del recinto limitado por la recta $y = mx$ y la curva $y = x^3$ es exactamente 2 unidades cuadradas.
- 2
 - $2\sqrt{2}$
 - 4
 - $4\sqrt{2}$

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

91. Indique la afirmación correcta sobre la Regla de Laplace:
- Los casos favorables a un suceso determinado no tienen que ser obligatoriamente equiprobables para poder aplicarla.
 - Se emplea en los experimentos aleatorios regulares para calcular la probabilidad de sucesos elementales equiprobables.
 - No se puede aplicar en los experimentos regulares.
 - Los casos favorables pueden ser sucesos elementales o compuestos.
92. En el caso del sorteo de la Lotería Primitiva española, calcule el número de casos posibles, es decir, de combinaciones de los 49 números que participan en el sorteo, teniendo en cuenta que no influye el orden ni se pueden repetir los números.

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- a. 13.983.816 casos.
 - b. 17.986.328 casos.
 - c. 24.659.622 casos.
 - d. 29.962.184 casos.
93. Un 65% de participantes en una competición de natación son menores de 30 años, el 53% de los participantes son mujeres y el 88% son mujeres o menores de 30 años. Indique el porcentaje de participantes que son mujeres menores de 30 años.
- a. 25%
 - b. 30%
 - c. 35%
 - d. 40%
94. Se efectúa un experimento consistente en extraer cuatro cartas, con reemplazamiento, de una baraja. Calcule la probabilidad de que la primera sea de oros, la segunda de espadas, la tercera un rey y la cuarta un caballo.
- a. 0,00615
 - b. 0,000125
 - c. 0,000525
 - d. 0,000625
95. Un estuche A contiene 4 bolas azules y 2 negras y un estuche B contiene 3 bolas azules, 1 negra y 1 roja. Se lanza una moneda al aire y si sale cara se saca una bola de A y si sale cruz una bola de B. Indique la probabilidad de que salga una bola negra.
- a. 0,267
 - b. 0,323
 - c. 0,427
 - d. 0,445
96. En un dado trucado la probabilidad de que salga 1 es 0,1, de que salga 2 es 0,12, de que salga 4 es 0,2, de que salga 5 es 0,3 y de que salga 6 es 0,15. Halle la desviación típica.
- a. $\sigma = 1,55$
 - b. $\sigma = 1,73$
 - c. $\sigma = 1,95$
 - d. $\sigma = 2,01$
97. Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una de las cuales tiene 4 posibles respuestas de las que solo una es correcta. Si las preguntas contestadas erróneamente no descuentan y contestamos todas al azar, indique la probabilidad de aprobar el examen, es decir, de obtener una nota de 5 o superior.
- a. 0,054

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.



- b. 0,062
- c. 0,071
- d. 0,078

98. Marque la afirmación **FALSA** en relación con las distribuciones binomiales:
- a. Dependen de dos parámetros, n y p , siendo n el número de veces que se realiza un experimento y p la probabilidad de que ocurra un determinado suceso.
 - b. Son un caso de probabilidad condicionada, pues lo que ocurre en un experimento influye en el resto de los experimentos.
 - c. Para hallar probabilidades en distribuciones binomiales es frecuente el uso de tablas en las que ya están calculadas las probabilidades de este tipo de variables.
 - d. Se emplean en variables aleatorias que siguen distribuciones discretas.
99. Sobre las distribuciones normales podemos afirmar que:
- a. Se emplean exclusivamente en los casos de variables aleatorias discretas.
 - b. Una distribución binomial se puede aproximar por una normal en el caso de que el número de veces que se repite el experimento, n , sea suficientemente pequeño.
 - c. Depende de dos parámetros, μ y σ , siendo μ la media de la variable aleatoria y σ la desviación típica.
 - d. Se suelen tipificar para poder emplear la más importante de las distribuciones normales, que es la que tiene de media $\mu = 1$ y de desviación típica $\sigma = \frac{1}{2}$.
100. En un examen un grupo de alumnos tiene una media de notas igual a 4 con una desviación típica de 0,5. Si un alumno ha obtenido una nota de 5, calcule el valor tipificado de esa nota al transformar la variable en otra que tenga de media una nota igual a 0 y desviación típica 1.
- a. 0
 - b. 1
 - c. 2
 - d. 3

De acuerdo con la doctrina jurisprudencial, la transmisión de información por parte de la Administración no vincula a ésta, ni crea derecho de los administradores destinatarios de la misma, tratándose por tanto de un trámite meramente informativo.